

**Rozšíření MA1 pro biochemiky .**  
**Křivkový integrál.**

---

1. Vypočítejte křivkový integrál

a)  $\int_K \frac{x}{y} ds$  , kde  $K$  je oblouk paraboly  $y^2 = x$ , spojující body  $(1, 1)$  a  $(4, 2)$  .

b)  $\int_K (y^2 + 2xy) dx + (2xy + x^2) dy$  , kde  $K$  je

i) úsečka s počátečním bodem  $(0, 0)$  a koncovým bodem  $(1,1)$ ;

ii) oblouk paraboly  $y = x^2$  s počátečním bodem  $(0, 0)$  a koncovým bodem  $(1,1)$ .

2. a) Definujte pojmy :

i) potenciální vektorové pole v oblasti  $\omega \subset \mathbb{R}^2$

ii) potenciál vektorového pole v oblasti  $\omega \subset \mathbb{R}^2$

a formulujte nutnou a postačující podmínku pro potenciálnost vektorového pole v oblasti  $\omega \subset \mathbb{R}^2$ .

b) Buď dána v  $\mathbb{R}^2 - \{[0,0]\}$  funkce  $U(x, y) = \frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2}}$  . Najděte v  $\mathbb{R}^2 - \{[0,0]\}$  vektorové pole  $\vec{f}$  , jehož potenciálem je funkce  $U$  .

c) Je dáno vektorové pole  $\vec{f}(x, y) = 4(x^3 - xy^2, y^3 - x^2y)$ .

i) Dokažte, že toto pole je potenciální v celé rovině.

ii) Vypočítejte potenciál pole  $\vec{f}$  .

iii) Vypočítejte integrál  $\int_K (x^3 - xy^2) dx + (y^3 - x^2y) dy$  ,

kde  $K$  je kladně orientovaná kružnice o středu v počátku a poloměru  $r = 2$  .